e quindi

$$e \qquad V) \qquad \frac{U\%u + V\$v}{Ws} _ \frac{Udu + Vdv}{31} ., \quad e^{\,|}$$

Se supponiamo che le lunghezze ds_9 $\$s$ sieno eguali fra loro, il secondo elemento *§s* può considerarsi come ottenuto mediante una rotazione uguale ad e del primo, nel senso positivo. La formola precedente ci insegna pertanto che il binomio differenziale complesso *U$u-{- V§v,* relativo all'elemento ruotato, si ottiene dall'analogo binomio *Udu-}- Vdv* relativo all'elemento primitivo, moltiplicando quest'ultimo pel fattore e^{11} dove e è la grandezza della rotazione : proprietà analoga a quella che ha luogo nel piano pel binomio finito $x + iy$, considerato come rappresentante un raggio vettore uscente dall'origine delle coordinate. La medesima proprietà ha luogo naturalmente anche se il binomio *Udu~|- Vdv* si moltiplica per una funzione qualunque delle u_9 v, e quindi in particolare essa sussiste per il binomio

$$i(JJdu \text{ -f- } Vdv'] = dp \text{ -j- } idq = dw \,,$$

che si ottiene moltiplicando il binomio primitivo per uno qualunque, *, dei fattori che lo rendono differenziale esatto (fattore generalmente imaginario).

È bene notare che, stante la forma non simmetrica delle quantità U_9 V, alle precedenti relazioni si potrebbe dare un altro aspetto : così la (5) può scriversi nei due modi seguenti :

$$Edu + Fdv + iHdv \sim Fdu + Gdv — iHdu \sim ds >$$

che è utile di tener presenti, per evitare delle trasformazioni.

Dalle precedenti osservazioni è facile rilevare che, quando si voglia applicare vantaggiosamente la teoria delle variabili complesse e delle loro funzioni allo studio delle superficie, non è in generale u -|- iv la variabile complessa che conviene scegliere, ma bensì quella che si ottiene dall'integrazione del binomio *Udu-{~ Vdv* previamente moltipllcato per un suo fattore integrante x. Ora, benché la determinazione di una tale variabile complessa dipenda da una integrazione, eseguibile solamente in certi casi particolari, le funzioni di essa, considerate in rapporto alle primitive variabili u e v , posseggono dei caratteri speciali, sufficienti a definirle, ed assegnabili in generale *a priori.*

Sia infatti *f(u,* i/) una funzione della variabile complessa w concepita nel senso testé dichiarato e riferita alla superficie S. Consideriamo la derivata di questa funzione rispetto a quella variabile, derivata che si può rappresentare così :

df

—

–

∼

∼